



Tiervenner

**Er utstrakt bruk av strategitenkning fornuftig i
tidlig fase av matematikkopplæringen?**

Veilederversjon 1.6

Den viktigste årsaken til matematikkvansker hos elever som har normale evneforutsetninger er dårlig kapasitet i korttidsminnet. Kombinasjonen normale evneforutsetninger og svakt korttidsminne/svakt arbeidsminne medfører ofte spesifikke matematikkvansker. Noen ganger medfører det dyskalkuli, men som oftest handler det om at disse elevene presterer dårligere i matematikk enn de har evneforutsetninger for, uten at de fyller kriteriene for dyskalkuli. Som lærer ser en det gjerne ved at matematikkfaget er elevens svakeste fag.

Korttidsminne i denne sammenhengen, er evnene til å holde tall i minnet i noen sekunder. Arbeidsminne er evnene til å holde tall og/eller andre variabler i korttidsminne for så å gjøre noe med tallene og variablene, f.eks. regne ut et regnestykke. Grovt sett er regelen slik at har en liten kapasitet i korttidsminnet, så har en også et dårlig fungerende arbeidsminne. Følgende er et eksempel på en oppgave som krever relativt mye arbeidsminnekapasitet: «Det bor sju mennesker i en grend i januar 2002. Fire flyttet ut i januar 2004 og åtte flyttet inn i mars 2006. Hvor mange bor det i grenda i slutten av mars 2006?»

De fleste klarer å holde 6-7 tall i korttidsminnet i noen sekunder, mens elever med korttidsminnevansker klarer 2-4 tall. Det er derfor viktig at elevene med korttidsminnevansker har tilnæringsmåter som er lite korttidsminne- og arbeidsminnekrevene. De må utnytte det korttidsminnet/arbeidsminne de har, så effektivt som mulig. Det å ha en automatisert plusstabell er svært korttidsminnebesparende, fordi da vet en at $8 + 5 = 13$ umiddelbart. Dvs. at det er bare en operasjon som belaster korttidsminnet. Når pluss-tabellen er godt automatisert tenker en knapt $8 + 5$, en ser svaret automatisk uten anstrengelse. Utvikling av flyt (automatisering) er utvikling av evnen til å gjenta en ferdighet raskere og raskere med mindre og mindre bevisst mental anstrengelse eller oppmerksomhet. Den frigjorte bruken av korttidsminne kan brukes til matematikkforståelse. Slik danner flyt broen mellom tabellene og matematikkforståelsen.

Med andre ord, selv elever med liten korttidsminnekapasitet har noe korttidsminnekapasitet til overs, når de har automatiserte tabeller. Det å ha noe korttidsminnekapasitet til overs er viktig, fordi når en regner, trenger en stadig vekk å holde en eller flere variabler i korttidsminnet (jfr tekst-oppgaven over), dvs. at det å utføre regneoperasjoner er arbeidsminnekrevene. Benyttes strategien «Tier-venner» for å regne ut $8 + 5$, er situasjonen som følger. Først må eleven finne ut at «Tier-vennen» til 8 er 2. (enten må en da ha automatisert $8 + 2 = 10$ eller at $10 - 2 = 8$, eller så må en

telle seg frem). Videre må eleven finne ut at resten av 5, etter en har trukket fra 2, er 3, så må eleven legge sammen $10 + 3$ for å få 13. Dette er minst en treleddet operasjon (for noen fire-leddet fordi de må telle seg frem) som sannsynligvis tar hele arbeidsminnekapasiteten hos mange elever med svakt korttidsminne/arbeidsminne. For de med svært lav arbeidsminnekapasitet er det ikke nok kapasitet til å gjennomføre denne operasjonen, med det resultat at de kommer ut med feil svar. Hvorfor i alle verden skal en *komplisere* en enkel enleddet operasjon som å legge sammen to ensifrede tall, til en komplisert treleddet prosess?

En annen gruppe elever som sliter i matematikk er elever som har svake evneressurser, det vil si svak kognisjon. Der er her snakk om elever med generelt svake evneressurser og elever med spesifikke språkvansker (svak kognisjon på det språklige området). Automatiserte tabeller krever praktisk talt ingen kognitiv bearbeidelse. Med andre ord elever med svake evneforutsetninger/svakt språk kan lære seg plusstabellen, selv om de har klare begrensninger på hvor mye matematikk de vil kunne forstå. Det er første og fremst et spørsmål om intensiv mengdetrening. Hva da med strategien «Tier-venner», er den fri for kognitiv bearbeidelse? Nei, «Tier-venner» er jo nettopp en kognitiv strategi som forutsetter at en forstår at en både må legge sammen noe, og trekke fra noe, for å komme frem til et svar som egentlig bare krever at en legger sammen noe. Det er en holder på med å trekke fra noe når en egentlig holder på med å legge sammen noe, er for de fleste barn med svake kognitive forutsetninger, svært vanskelig å forstå. Det forvirrer også fenomenene pluss og minus mer generelt, fordi en blander det inn i undervisningen i den fasen det er viktig å få etablert hva pluss er. Skal en forstå hva minus er, må en ha en klar forståelse av hva pluss er. Alle som har jobbet med barn med matematikkvansker har erfart at når eleven holder på med tekst-stykker, så leser eleven teksten, sitter og tenker....., et spørrende uttrykk med innslag av fortvilelse bygger seg opp i ansiktet, og så kommer spørsmålet: «Skal jeg legge sammen eller trekke fra????!»). Det å avgjøre om noe skal legges sammen eller trekkes fra hverandre i et tekst-stykke, er en kognitivt krevende prosess. I tekst-stykker der det er krav om både å legge sammen og trekke fra, er forvirringen desto større. Spørsmålet er da: Er det hensiktsmessig å starte forvirringen for disse barna allerede på det helt grunnleggende, det å legge sammen to ensifrede tall? Konklusjon: Det å benytte kognitive strategier på elever som har kognitive vansker, er *definitivt* ikke veien og gå. Elever med svak kognisjon har som hovedregel også svakt korttidsminne, slik at det foreligger to årsaker til at tier-venne strategien fungerer dårlig.

I tillegg til disse to hovedgruppene elever med matematikkvansker som anslagsvis utgjør

15-20% av elevmassen, så har vi en relativt stor gruppe elever som har elementer fra en av disse eller fra begge, uten at en kan si at de fyller kriteriene for spesifikke matematikkvansker eller at de har svak kognisjon, men de finner seg under gjennomsnittet på enten kognisjon, korttidsminnet eller på begge to. De to hovedgruppene vil slite i matematikk uansett tilnæringsmåte, men det er viktig at en benytter effektiv tilnæringsmåter, slik at de kan oppnå så gode matematikkferdigheter som mulig, slik at de i det minste klarer seg i dagliglivet. For gråsoneguppen derimot, kan en uhensiktsmessig tilnæringsmåte føre til at de ikke oppnår de matematikkferdighetene som er nødvendige for å fungere i yrkeslivet, selv om det kognitivt sett og med hensyn til arbeidsminnekapasitet har muligheter for det.

«Plutselig» har vi en unaturlig stor mengde elever med store matematikkvansker. Valg av tilnærming har fjernet de vekk fra normalområdet i matematikk. Hadde disse fått en mer hensiktsmessig undervisning ville de ha kunne fungert nær gjennomsnittet i matematikk. Vi får da en 20-30 prosent gruppe med store til moderate matematikk vansker i stedet for en 10-15 prosent gruppe. Alle får større vansker enn de trenger å ha, dersom tilnæringsmåten er uhensiktsmessig. Resultatene i matematikkfaget i Norge i dag, tyder på at det er nettopp der vi er! En stor del av de personene som samfunnet vurderer som kvalifiserte til å gå på lærerskole og sykepleieskole, har matematikkferdigheter som gjør at den politiske ledelsen i landet er bekymret for om de er kvalifiserte for disse yrkene.

Det at en driver matematikkundervisning uten å jobbe systematisk og riktig med automatisering, er dessverre også bekymringsfullt for elever med gjennomsnittlige evneresurser og for meget kognitivt sterke elever. Dårlig automatiserte tabeller gir dårlig tempo i regneoperasjonene, noe som medfører at en får regnet mindre og følgelig får mindre øving. Selv de som er gode på «Tier-venner» vil de regne senere enn de som har en godt automatiserte tabeller der de kan alle pluss-stykkene i området 0-20 og en godt automatisert gangetabell. Alle er kjent med at de som øver/trener for lite i idrett og som har talent, må nøye seg med å bli kretsmestere og nasjonale mestere, i stedet for verdensmestere og olympiske mestere. En ser også at for idrettsutøvere, der de fleste som kjenner utøveren, har tenkt at han/hun i beste fall kan oppnå å bli nasjonal mester, gjennom systematisk og nitid trening over år, faktisk blir verdensmestere. Jobbing uten vektlegging av automatisering og uten å øve nok, medfører at vi blir en nasjon med for få dyktige ingeniører, matematikere, fysikere, kjemikere, geologer og så videre. Er vi ikke allerede der i Norge i dag, at vi må importere denne typen kompetanse i relativt stort omfang?

Kognitive strategier, som erstatning for automatisering, er noe som kun bør benyttes når en ser at en elev faktisk ikke oppnår automatiserte tabeller, men det forutsetter da at eleven har kognitive forutsetninger for å forstå de kognitive strategiene. Et annet område, og det klart viktigste, for bruk av kognitive strategier er for regneoperasjoner som ikke kan automatiseres, men som må forstås. Hvor godt en elev forstår en slik oppgave er avhengig av elevens kognitive evner, graden av automatiserte tabeller og av hvor gode strategier læreren har å lære bort. Øving er også en viktig faktor for forståelse. Slike strategier bør læres først etter at det grunnleggende er på plass. Det er bred enighet om at det er viktig med en automatisert plusstabell i området 0-20. Dersom noen av de som mener at dette er viktig og samtidig fremmer «Tier-venner» som en måte å gjøre dette på, sier noe og gjør noe annet. Dersom denne automatiseringen er basert på en strategi med «Tier-venner», så har en faktisk ikke en automatisert tabell i området 0-20, en har i beste fall en automatisert strategi for å håndtere «Tier-venner», dvs. en har evt. automatisert at $8+5=8+2+3=13$, der 8+2 er venner og 3 står til rest. Det eneste som kan sies å være bra med det i automatiseringssammenheng er at eleven blir god på å automatisere tall som i sum blir 10. Det er jo selvfølgelig et gode. I det øyeblikket denne kognitive strategien blir hovedstrategien i jobbing med pluss i tallområdet 0-20, så jobber en faktisk ikke med automatisering, men med kognitive strategier. «Tier-venner-strategien» er en strategi som hindrer at de samme tallkombinasjonene gjentar seg ofte, og den hindrer følgelig automatiseringen av plusstabellen.

Når en skal regne mange tekst-stykker for å forbedre forståelsen vil en regne langt flere stykker med en automatisert plusstabell. Den seneste strategien er å telle på fingrene, den nest seneste er «Tier-venner» og den desidert raskeste er en automatisert plusstabell i området 0 til 20. Det å regne flest mulig regnestykker pr tidsenhet er viktig, fordi det gir selvfølgelig mer trening å regne 25 regnestykker i stedet for 15 i løpet av en skoletime. For ikke å snakke om de som bare rekker fem.

Etter som jeg forstår hevder noen at selv om det ikke er hensiktsmessig å benytte den kognitive strategien «Tier-venner» i tallområdet pluss 0-20, så er det i alle fall en viktig strategi å lære for den videre utviklingen av matematikkferdighetene. Altså: «Tier-venner» er viktig for å legge sammen $28+15$ eller $128 + 115$. La oss forutsette, riktig eller uriktig, at det kan være hensiktsmessig å lære å bruke denne type strategi for å legge sammen to tall med tierovergang, når tallene blir større, og/eller at det er hensiktsmessig når en skal lære minus. Det er grunn til å stille spørsmål ved om det faktisk er riktig at «Tier-venner-strategien» er viktig for å håndtere større tall. Uansett er strategien uhensiktsmessig i begynneropplæringen, dersom det er slik at eleven

faktisk ikke lærer det grunnleggende, fordi han/hun skal lære en strategi som han/hun kan få brukt for senere. Særlig uheldig er det for elever som har svake forutsetninger for å lære matematikk. De står i fare for også å gå glipp av det grunnleggende, fordi de lærer noe som skal komme til nytte på et nivå de ikke har forutsetninger for å nå. Det betyr at dersom det er slik at "Tier-venner" er en fornuftig strategi for håndtering av større tall, så bør den læres på et senere tidspunkt i matematikkopplæringen.

Jeg kan strekke meg til at «Tier-venner» kan være viktig, da sammen med en flere andre strategier, i noen sammenhenger, men som i livet elles: «Alle venner er viktig». Med andre ord alle kombinasjoner av tall som kan legges sammen som gir en sum i området 0-20 er viktige, både for den grunnleggende matematikken og for den viderekomne matematikken. Lærer en alle sum-kombinasjoner av tall i området 0-20 så lærer en også «Tier-vennene» og kan benytte den kunnskapen der den er viktig. Det aller viktigste er at en sikrer at alle forstår hva pluss er. Med andre ord: Først må en lære det grunnleggende og så kan en lære seg strategier som baserer seg på den grunnleggende kunnskapen, da forutsatt at strategien bidrar til bedre forståelse.

Hjernen vår er slik laget at det som gjentar seg ofte, blir automatisert, for at hjernen skal spare energi. Dette grunnleggende prinsippet er det vel knapt noen uenighet om. Noen vil si at det er ordnet slik av en genial skaper, andre vil si at dette har utviklet seg slik evolusjonsmessig fordi det er hensiktsmessig, «Survival of the fittest». At vi mennesker overprøver hjernens genialitet med våre mer eller mindre velfunderte strategier, da ofte uten forskningsmessig belegg, er uheldig og i denne sammenhengen skadelig. Man kan også tillate seg å undre seg over at vi i løpet av en 20-30 års periode finner ut at noe som har fungert i hundrevis av år og trolig flere tusen år, nå må gjøres på en annen måte. Det at stadig flere får svakest bestått karakter, eller stryker burde vekke oss og få oss til å tenke gjennom: Kan årsaken ha sammenheng med den nye måte vi underviser matematikk på? Forundringen blir ikke mindre av at vi som nasjon ikke treffer tiltak, for å se på hvordan de gjør det i landene som fremviser gode resultater i matematikk. Hva er det disse landene gjør? Jo de mengdetrener og automatiserer tabeller.

Det er fortvilende å se at en forsøker å hjelpe de elevene som trenger det mest, med strategier som er uhensiktsmessige. Det er her snakk om strategier som fungerer best på de som trenger det minst. Så kan man si at det er en påstand. Ja, men en kan stikke fingeren i jorda og se på noen fakta: Norge har en skole med verdens beste bygningsmasse, verdens beste læremateriell og hjelpemidler, og verdens største lærertetthet. Sammenligner vi oss med de landene i verden, det er naturlig å

sammenligne oss med, oppnår vi middels resultater. Hvorfor gjør vi det? Er det fordi vi har verdens dårligste lærere. Ja, mange har stått frem i media og hevdet at lærerne er for dårlige i Norge. Det har endog blitt indirekte hevdet at de ikke bare er dumme, men også late. Skoleresultatene de oppnår på lærerskolen i matematikk kan jo brukes som argument for at i alle fall de sist utdannede og de kommende lærerne er både dumme og late! Jeg er en av de som har stilt meg tvilende til disse påstandene, selv om jeg både fra min egen skolegang og min jobb har erfart at det finnes både dumme og late lærere (slik det også er for alle andre yrker). Erfaringen er likevel helt klart: Dette inntrykket er langt fra gjennomgående for standen som helhet. Selv om jeg kan ta feil i alt som står over, så la oss tenke at jeg har rett i at lærere generelt sett ikke er dumme og late. En logisk følge av det, i alle fall i mitt hode, er at barna er dummere i Norge enn i mange av de landene det er naturlig å sammenligne oss med. Det viser jo resultatene! Det kan stemme fordi vi oppnår omtrent samme resultater som Sverige og Danmark og det er de to landene vi er mest genetisk og miljømessig like. Konklusjon: Skandinaviske barn er dummere enn mange andre barn! I Europa regner en med Finland som et skandinavisk land. Hvorfor oppnår de gode resultater? Hvorfor er ikke barna like dumme der? Genetisk sett er vel de også like andre skandinaviske barn og det er vel heller så stor forskjell på miljøbetingelsene generelt sett? Likhetene er i all så store at andre hypoteser bør vurderes. Ikke minst sett i lys av at noen forskere også hevder, at vi Norge var bedre både til å lese og regne for 30-40 år siden, enn vi er nå. Kan det være slik at barna i Norge fordummes over tid? Neppe! Med andre ord, vi er nødt til å se på undervisningsmetodikken!

Kan det være slik at vi har utviklet en undervisningsmetodikk i Norge som er uhensiktsmessig. Neppe vil noen si, vi er jo et av verdens rikeste land og har råd til å forske frem de riktige metodene! Er det riktig? Ja, hva rikdom angår kan det vel være riktig, men kan det være slik at vi er så rike at vi har råd til å eksperimentere med alskens ideer, og prøve det ene og det andre, uten at vi egentlig sjekker ut om det er fornuftig eller om det vi gjør er riktig? Når noen som har utdanning og gir seg ut for å vite, så må det vel være riktig!? Har de skrevet lærebøker så kan de vel det de driver med!? Læreverkene er vel godkjent av noen? Ja....., er de det? Eller, er det slik at de som er flinke til å snakke for seg, de som roper høyest når frem uavhengig av om det de snakker om er riktig? Kan vi ha fått en situasjon der vi griper tak i det som klør i øret og høres riktig ut, uten at det faktisk er sjekket om det er riktig? I alle fall er en ting sikkert, at en eller annen forklaring må det finnes på hvorfor barna våre gjør det så passelig i matematikk på skolen, og hvorfor lærerstudenter og sykepleiestudenter stryker i matematikk anmass. Ble det ikke i media nevnt at forskere konkluderer med at årsaken

til at lærerstudenter stryker, er at de går løs på alle slags matematikkoppgaver med samme strategi? Kan vi her være tilbake til «Tier-venner». Den allmenne og allestedsnærværende strategi som er saliggjørende for å forstå matematikk? Så enkelt er det nok neppe, men den store overskriften kan være at matematikkundervisningen i Norge i dag tar utgangspunkt i bruk av kognitive strategier, noe som i henhold til det en vet om hjernens oppbygning og funksjon, er u hensiktsmessig. Matematikk som mye annet består av en kognitiv del og en del som må automatiseres. De to delene er gjensidig avhengig av hverandre, og det å være god i begge er en absolutt forutsetning for å bli god i matematikk. Dette gjelder også i idrett, i musikk og i bildekunst. Alle kan ikke bli mestere i matematikk, like lite som at alle kan bli mestere i idrett eller musikk, men alle kan lære noe matematikk, idrett eller musikk. For at alle skal bli best mulig, dvs. nå sitt potensiale, må alle stimuleres systematisk på begge områdene. Og uansett hva en skal bli god i, så nytter det ikke bare å jobbe med konkretiseringsmateriell, lekning og kognitive strategier. Det må også mengdetrenes. Innenfor idrett og musikk mengdetrenes det store doser mange ganger per uke.

Denne artikkelen har argumentert mot for omfattende bruk av kognitive strategier i en tidlig fase i matematikkopplæringen og for viktigheten av å automatisere. Hva som skal til for effektiv automatisering, se artikkelen: «Hva er automatisering?» Kan det være slik at for lite øving, er en annen viktig årsak til at vi ikke når opp i internasjonale sammenligninger i matematikk?

Bjørn Einar Bjørge
psykolog / spes. klinisk nevropsyk.